DEUX THÉORÈMES D'ABEL SUR LA CONVERGENCE DES SÉRIES

PAR

M. HADAMARD

à PARIS.

On sait comment ABEL a fait entrer l'étude de la convergence des séries dans une voie nouvelle en montrant[1] l'impossibilité d'obtenir, par une règle unique, une condition nécessaire et suffisante de convergence.

Le résultat qu'il a établi peut s'énoncer ainsi:

I. Etant donnée la série

$$u_0 + u_1 + \ldots + u_n + \ldots \tag{1}$$

à termes positifs et divergentee, on peut toujours trouver une suite de nombres positifs

$$\xi_0, \xi_1, \ldots, \xi_n, \ldots \tag{2}$$

tendant vers zéro, par lesquels on peut multiplier respectivement les termes de cette série, sans que la nouvelle série ainsi obtenue

$$\xi_0 u_0 + \xi_1 u_1 + \ldots + \xi_n u_n + \ldots \tag{1'}$$

soit convergente.

Inversement, d'ailleurs,

II. Etant donnée une série convergente à termes positifs, on peut toujours trouver une suite de nombres positifs indéfiniment croissants par lesquels on peut multiplier respectivement les termes de cette série sans la rendre divergente.

---

[1] *Note sur le mémoire n° 4 du second tome du journal de M. Crelle, ayant pour titre »Remarques sur les séries infinies et leur convergence«.* — *Oeuvres,* tome I, pp. 111—113 de la première édition.