

SUR LES RACINES D'UNE ÉQUATION FONDAMENTALE ¹

PAR

IVAR BENDIXSON

à STOCKHOLM.

Dans diverses recherches d'analyse on est conduit à l'étude de l'équation suivante

$$(I) \quad \begin{vmatrix} a_{11} - s & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{22} & a_{22} - s & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - s \end{vmatrix} = 0$$

ou toutes les quantités $a_{\lambda\nu}$ sont des quantités réelles.

Dans le cas où

$$(2) \quad a_{\lambda\nu} = a_{\nu\lambda} \quad \begin{matrix} \lambda=1, \dots, n \\ \nu=1, \dots, n \end{matrix}$$

on sait que toutes les racines de l'équation (1) sont réelles, mais on n'a pas jusqu'à présent donné de théorème sur la nature des racines dans le cas où les équations (2) ne sont pas satisfaites.

On obtient pourtant aussi dans le cas général des résultats dignes d'intérêt.

Désignons par $s_1, s_2, \dots, s_n$ les racines de l'équation (1) et par $R(s_\lambda)$ et $I(s_\lambda)$ la partie réelle et la partie imaginaire de s_λ , on aura toujours les deux théorèmes suivants.

Théorème I. Soit g la plus grande des quantités $\frac{|a_{\lambda\nu} - a_{\nu\lambda}|}{2}$, on aura toujours

$$|I(s_\lambda)| \leq g \sqrt{\frac{n(n-1)}{2}}.$$

¹ Les théorèmes I et II de la présente note ont été déjà publiés dans un mémoire portant ce même titre et communiqué à l'académie des sciences à Stockholm le 14 nov. 1900.