SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU SECOND ORDRE ET D'ORDRE SUPÉRIEUR DONT L'INTÉGRALE GÉNÉRALE EST UNIFORME

PAR

P. PAINLEVÉ

À PARIS.

1ER MÉMOIRE.

1. La détermination des transcendantes uniformes définies par les équations différentielles algébriques est un problème qui se trouve posé en fait depuis les travaux d'ABEL et de JACOBI sur l'équation

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = (1 - y^2)(1 - k^2y^2).$$

C'est l'étude de cette équation qui a engendré la théorie des fonctions elliptiques et (par extension) celle des fonctions uniformes. Cette dernière théorie une fois fondée, il s'agissait moins de construire artificiellement des transcendantes nouvelles que de découvrir, dans l'immense famille des transcendantes uniformes, celles qui peuvent servir à intégrer les équations différentielles. La fonction *exponentielle*, les fonctions *elliptiques* étaient les premiers types de telles fonctions; on ne tarda pas à en découvrir d'autres, à savoir les fonctions *abéliennes*, puis les intégrales uniformes des équations différentielles *linéaires;* enfin les fonctions *fuchsiennes* ou *automorphes, hyperfuchsiennes,* etc.

Mais l'étude de ces nouvelles transcendantes, si importante qu'elle fût, ne permettait en aucune manière d'épuiser le problème qui se posait dès lors naturellement: