

# EIN KONVERGENZSATZ FÜR DIRICHLETSCHREIHNEN.

VON

MARCEL RIESZ

in STOCKHOLM.

Vor mehr als sechs Jahren habe ich in einer kurzen Mitteilung<sup>1</sup> einen Satz über DIRICHLETSCHREIHNEN

$$\alpha_0 e^{-\lambda_0 z} + \dots + \alpha_n e^{-\lambda_n z} + \dots \quad (0 \leq \lambda_0 < \dots < \lambda_n < \dots; \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty)$$

ausgesprochen, dessen Beweis (für den allgemeinen Fall) ich erst jetzt veröffentlichte. Ich hegte nämlich immer die Hoffnung meinen ursprünglichen, recht verwickelten Beweis wesentlich vereinfachen zu können. Für den speziellen Fall der gewöhnlichen DIRICHLETSCHEN REIHNEN  $\sum a_n n^{-s}$  hat Herr LANDAU meinen damaligen Beweis mit meiner Zustimmung veröffentlicht.<sup>2</sup> Gleichzeitig gab er eine Reihe wichtiger Anwendungen meines Satzes auf gewisse zahlentheoretische Funktionen. In einer anderen Arbeit veröffentlichte er einen zweiten, auch von mir herrührenden, verwandten Satz, nebst Beweis und wandte denselben auf eine idealtheoretische Funktion an.<sup>3</sup>

Unser Satz behauptet, dass, wenn die Koeffizienten der DIRICHLETSCHEN REIHE eine gewisse Bedingung erfüllen, die Reihe an allen Regularitätsstellen ihrer Konvergenzgeraden konvergiert. Ich habe schon in der erwähnten, kurzen Mit-

---

<sup>1</sup> M. RIESZ: Sur les séries de DIRICHLET et les séries entières, Comptes rendus, Paris, Bd. 149 (1909, 2).

<sup>2</sup> E. LANDAU: Über die Bedeutung einiger neuen Grenzwertsätze der Herren HARDY und AXER, Prace matematyczno-fizyczne, Warszawa, Bd. 21 (1910). Vergl. S. 151—167.

<sup>3</sup> E. LANDAU: Über eine idealtheoretische Funktion, Transactions of the Amer. Math. Soc., Bd. 13 (1912). Vergl. S. 18—19. Für andere Anwendungen dieser Sätze vergl. D. CAVER: Neue Anwendung der PFEIFFERSCHEN METHODE zur Abschätzung zahlentheoretischer Funktionen, Inauguraldissertation, Göttingen (1914) und G. H. HARDY: On the expression of a number as the sum of two squares, Quarterly Journal of Mathematics, no. 183 (1915).