

## ZU EULERS RECURSIONSFORMEL FÜR DIE DIVISORENSUMMEN.

Aus einer Zuschrift an den Herausgeber

VON

CHR. ZELLER

in MARKGRÖNINGEN.

..... Um eine kleine Gegengabe zu bieten, sende ich eine Formel, auf welche ich gekommen bin bei Beschäftigung mit EULER, *de partitione numerorum* (Introductio in analysin infinitorum, cap. XVI) und mit seinem Ausdruck für *Divisorensummen*:

$$f(n) = f(n-1) + f(n-2) - f(n-5) - f(n-7) + f(n-12) + f(n-15) \dots$$

wo  $f(n)$  die Summe der Divisoren von  $n$  incl. 1 und  $n$  bezeichnet und für  $f(n-n)$  die Zahl  $n$  selbst gesetzt wird.

Bedeutet ferner  $(n)$  die Anzahl der Zusammensetzungen von  $n$  aus allen ganzen Zahlen nach EULERS Tab. u. art. 324, dann gilt hier die Recursionsformel

$$(n) = (n-1) + (n-2) - (n-5) - (n-7) + (n-12) + (n-15) \dots$$

(wobei anstatt  $(n-n)$  die Zahl 1 zu setzen ist) welche mit der ersteren die grösste Ähnlichkeit hat. Man könnte erwarten, dass beide Formeln identische Werthe liefern, da sie demselben Recursionsgesetze folgen und von denselben ersten Werthen ausgehen, aber die Pentagonalzahlen begründen einen Unterschied, da für diese das einmal bei  $f(n-n)$  oder  $f(0)$  nach EULERS Regel die Zahl  $n$ , das andremal für  $(n-n)$  die Einheit zu setzen ist.