DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE CAUCHY.

Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite

PAR

E. GOURSAT

À TOULOUSE.

Voici une démonstration du théorème de CAUCHY, qui me paraît un peu plus simple que les démonstrations habituelles. Elle repose uniquement sur la définition de la dérivée et sur cette remarque que les intégrales définies $\int dz$, $\int z dz$, prises le long d'un contour fermé quelconque, sont nulles.

Soit $f(z)$ une fonction de la variable complexe z, uniforme et continue, ainsi que sa première dérivée $f'(z)$, à l'intérieur d'une aire A limitée par un contour fermé C, simple ou multiple, et sur ce contour lui-même; j'admettrai de plus que ce contour a une *longueur* finie. Imaginons que l'on partage l'aire A en parties plus petites par des parallèles équidistantes à deux directions rectangulaires; l'intégrale $\int f(z) dz$, prise le long du contour total dans le sens direct, est égale à la somme des intégrales $\int f(z) dz$, prises dans le même sens le long du contour de chacune des parties en lesquelles on a subdivisé l'aire A. Il suffit de remarquer qu'en ajoutant ces dernières les parties de l'intégrale qui proviennent des lignes auxiliaires se détruisent, comme étant prises deux fois dans des sens