SUR QUELQUES INTÉGRALES AYANT RAPPORTS AVEC LES FONCTIONS ELLIPTIQUES

PAR

M. LERCH

À FRIBOURG (SUISSE).

Dans un mémoire publié par l'académie de Prague [1] j'ai établi la formule

$$\int_0^\infty e^{-ux\cos\sigma\pi}\sin(s\sigma\pi - ux\sin\sigma\pi)\frac{x^{s-1}\,dx}{1+x^{\frac{1}{\sigma}}} = \pi\sigma e^{-u},$$

en me bornant aux hypothèses $0 < \sigma < \frac{1}{2}$, $u > 0$.

En multipliant les deux membres par $e^{-wu}du$ et en intégrant de $u = 0$ à $u = \infty$, j'en ai déduit la suivante

$$\int_0^\infty \frac{w\sin s\sigma\pi + x\sin(s-1)\sigma\pi}{w^2 + 2wx\cos\sigma\pi + x^2}\frac{x^{s-1}\,dx}{1+x^{\frac{1}{\sigma}}} = \frac{\pi\sigma}{1+w},$$

de laquelle j'ai conclus que la fonction suivante

$$\overline{L}(w, s, \sigma) = \int_0^\infty \frac{x^s\,dx}{(w^2 + 2wx\cos\sigma\pi + x^2)\left(1 + x^{\frac{1}{\sigma}}\right)}$$

[1] 2^{me} année, Mémoire N° 9; 1893.