

BEWEIS DES SATZES
DASS EINE JEDE
ALGEBRAISCHE GLEICHUNG EINE WURZEL HAT

VON

ELLING HOLST
in CHRISTIANIA.

Unserem Zwecke ist offenbar Genüge gethan, wenn wir folgenden Satz beweisen:

Wenn eine jede ganze Function des $(n - 1)^{\text{ten}}$ Grades sich in $n - 1$ lineare Factoren auflösen lässt, so hat eine Gleichung des n^{ten} Grades wenigstens eine Wurzel.

Die Gleichung, in welcher der Einfachheit wegen dem Coefficienten von x^n der Werth $= 1$ beigelegt sein mag, lässt sich immer so schreiben:

$$xf(x) = K,$$

wo $f(x)$ vom $(n - 1)^{\text{ten}}$ Grade ist, und also nach unserer Voraussetzung sich in die Factoren $(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_{n-1})$ auflösen lässt. Da mehrere der Grössen α_i einander gleich sein und einige derselben auch $= 0$ sein können, so ergiebt sich als allgemeinste Form der Gleichung:

$$(1) \quad x^{m_0}(x - \alpha_1)^{m_1} \dots (x - \alpha_p)^{m_p} = K,$$

wo

$$(2) \quad m_0 + m_1 + \dots + m_p = n.$$

Nun setzen wir:

$$x = r_0 e^{i\varphi_0}, \quad x - \alpha_j = r_j e^{i\varphi_j}, \quad K = R e^{i\Phi};$$