SUR L'APPLICATION DU THÉORÈME FONDAMENTAL D'ABEL RELATIF AUX INTÉGRALES ALGÉBRIQUES À LA RECHERCHE DE SYSTÈMES COMPLÈTEMENT ORTHOGONAUX DANS UN ESPACE À n DIMENSIONS

PAR

GASTON DARBOUX

à PARIS.

Parmi les différentes méthodes que JACOBI a fait connaitre pour l'intégration des équations différentielles abéliennes, s'en trouve une qui repose sur une transformation analytique des plus remarquables, découverte et employée d'abord par LAMÉ dans le cas de trois variables indépendantes.

Si l'on désigne par $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n$ les n valeurs de λ qui sont racines de l'équation

$$\sum_1^n \frac{x_i^2}{a_i - \lambda} = 1, \tag{1}$$

où $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont des constantes, on peut substituer aux variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$, que l'on envisagera comme les coordonnées cartésiennes d'un point dans l'espace à n dimensions, les n variables $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n$, qui deviendront ainsi des coordonnées curvilignes du même point. Nous les désignerons dans la suite sous le nom de *coordonnées elliptiques*, parce que les surfaces sur lesquelles chaque coordonnée demeure constante sont du second degré. JACOBI a donné les formules qui permettent de passer des coordonnées cartésiennes aux coordonnées elliptiques. Si l'on pose, pour abréger,

$$f(u) = (u - a_1)(u - a_2) \ldots (u - a_n), \tag{2}$$

$$\varphi(u) = (u - \rho_1)(u - \rho_2) \ldots (u - \rho_n), \tag{3}$$