ÜBER GRUPPEN DER ORDNUNG $p^a q^b$

VON

G. FROBENIUS

in BERLIN.

Angeregt durch die bahnbrechenden Arbeiten von GAUSS haben ABEL und GALOIS das Fundament der modernen Algebra geschaffen und insbesondere die Bedingungen für die Auflösbarkeit einer algebraischen Gleichung entwickelt. Mit Hilfe derselben gelingt es in einer Reihe von Fällen, wo die Ordnung der Gleichung bekannt ist, ihre Auflösbarkeit allein aus der Art zu erkennen, wie diese Zahl aus Primfactoren zusammengesetzt ist. Auch in diesem Bereiche von Untersuchungen hat ABEL den ersten Schritt gethan, indem er bewies, dass jede Gleichung von Primzahlordnung auflösbar ist. Diesen Satz hat Herr SYLOW in einer für die Gruppentheorie grundlegenden Arbeit auf Gleichungen ausgedehnt, deren Ordnung eine Potenz einer Primzahl ist. Im Folgenden beschäftige ich mich mit Gleichungen, deren Ordnung nur durch zwei verschiedene Primzahlen theilbar ist.

In meiner Arbeit *Über endliche Gruppen*, Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1895, habe ich folgenden Satz bewiesen:

I. *In einer Gruppe $\mathfrak{G}$, deren Ordnung genau durch die a^{te} Potenz der Primzahl p theilbar ist, und die mehr als eine Gruppe $\mathfrak{H}$ der Ordnung p^a enthält, wähle man zwei dieser Untergruppen so, dass die Ordnung p^b ihres grössten gemeinsamen Divisors $\mathfrak{D}$ möglichst gross ist. Bilden die mit $\mathfrak{D}$ vertauschbaren Elemente von $\mathfrak{G}$ die Gruppe $\mathfrak{D}'$ der Ordnung d' , so sei p^c die höchste in d' aufgehende Potenz von p .*