

ÜBER DIE THEORIE DER RELATIV-ABEL'SCHEN ZAHLKÖRPER¹

VON

DAVID HILBERT

in GÖTTINGEN.

§ 1.

In der Theorie der relativ-Abel'schen Zahlkörper nehmen zunächst die Körper vom *zweiten* Relativgrade unser Interesse in Anspruch.

Es sei ein beliebiger Zahlkörper k vom Grade n als Rationalitätsbereich zu Grunde gelegt; unsere Aufgabe ist es dann, die Theorie der relativ-quadratischen Zahlkörper $K(\sqrt{\mu})$, d. h. derjenigen Körper zu begründen, die durch die Quadratwurzel aus einer beliebigen ganzen Zahl μ des Körpers k bestimmt sind. Die »disquisitiones arithmeticae« von GAUSS sind als der einfachste Fall in jenem Problem enthalten. Wir können unsern Gegenstand auch als die Theorie der quadratischen Gleichungen oder Formen bezeichnen, deren Coefficienten Zahlen des vorgelegten Rationalitätsbereiches k sind.

Die Theorie des relativquadratischen Körpers führte mich zur Entdeckung eines allgemeinen Reciprocitätsgesetzes für quadratische Reste,

¹ Mit geringen Änderungen abgedruckt aus den Nachrichten der Kgl. Ges. der Wiss. zu Göttingen 1898.

Inzwischen sind folgende auf diesen Gegenstand bezügliche Inaugural-Dissertationen in Göttingen erschienen: *Das quadratische Reciprocitätsgesetz im quadratischen Zahlkörper mit der Classenzahl 1.* von H. DÖRRIE 1898, *Tafel der Klassenanzahlen für kubische Zahlkörper* von L. W. REID 1899, *Das allgemeine quadratische Reciprocitätsgesetz in ausgewählten Kreiskörpern der 2^{ten} Einheitswurzeln* von K. S. HILBERT 1900, *Quadratische Reciprocitätsgesetze in algebraischen Zahlkörpern* von G. RÜCKLE 1901. Insbesondere die letzte Dissertation enthält zahlreiche und interessante Beispiele zu der hier entwickelten Theorie.