

SUR L'UNIFORMISATION DES FONCTIONS ANALYTIQUES

PAR

H. POINCARÉ

à PARIS.

§ 1. Introduction.

Dans un mémoire intitulé «Sur un théorème de la théorie générale des fonctions» (Bulletin de la Société Mathématique de France, tome 11, 1883), j'ai démontré que plusieurs fonctions analytiques d'une même variable indépendante peuvent toujours être égalées à des fonctions *uniformes* d'une même variable.

La question a été reprise par M. OSGOOD, puis par M. JOHANSSON: Ueber die Uniformisirung RIEMANN'scher Flächen mit endlicher Anzahl Windungspunkte (Acta Societatis Scientiarum Fennicæ, tome 33, N° 7) et enfin dans un intéressant travail de M. BRODÉN, Bemerkungen über die Uniformisirung analytischer Funktionen (Lund, Berlingsche Buchdruckerei 1905) que nous aurons l'occasion de citer plus loin.

Mon premier mémoire laissait subsister plusieurs questions non résolues. 1° Pour tout point de la surface de RIEMANN, pour lequel les fonctions données existent, les fonctions uniformisantes se comportent régulièrement. Il y a exception pour trois de ces points qui constituent ce que M. HILBERT appelle des Ausnahmstellen. Cette difficulté a été signalée de nouveau par M. HILBERT dans sa communication au Congrès des Mathématiciens de Paris en 1900.

Elle tient à ce qu'on introduit une fonction auxiliaire, inverse d'une fonction fuchsienne et que pour ces trois points, cette fonction auxiliaire n'existe pas. Il est possible de l'écarter, et cela de deux manières; d'abord en remplaçant la fonction auxiliaire par une autre, également inverse d'une fonction fuchsienne et qui ne présente pas le même inconvénient; c'est ce que je fais plus loin au § 4; l'autre manière consiste à se passer complètement de fonction auxiliaire, c'est ce que je fais aux § 13 et 14.

2°. Mes procédés permettaient bien de démontrer que l'on pouvait faire la représentation conforme de ma surface de RIEMANN sur une aire intérieure à un cercle; mais on ne voyait pas que ce fût possible sur un cercle; M. OSGOOD a écarté cette difficulté; nous aurons néanmoins à y revenir au § 8.