

ENDLICH-PROJEKTIVGEOMETRISCHES ANALOGON DES MINKOWSKISCHEN FUNDAMENTALSATZES.¹

Von

L. RÉDEI

in SZEGED (UNGARN).

Herrn Prof. Friedrich Riesz zum 70. Geburtstag hochachtungsvoll zugeeignet.

Jarnik² hat folgenden Satz bewiesen:

Sind p_1, \dots, p_k Primzahlen, e_1, \dots, e_k nichtnegative ganze Zahlen, $L_i = L_i(x) = L_i(x_1, \dots, x_n)$ ($i = 1, \dots, k$) Funktionen, so dass L_i für p_i -adische ganze Zahlen x_1, \dots, x_n eine p_i -adische ganze Zahl ist und aus

$$L_i(x) \equiv L_i(y) \pmod{p_i^{e_i}}$$

stets

$$L_i(x-y) \equiv 0 \pmod{p_i^{e_i}}$$

folgt, hat ein konvexer Körper \mathfrak{K} im n -dimensionalen Euklidischen Raum R_n den Mittelpunkt $0 = (0, \dots, 0)$ und das Volumen

$$V(\mathfrak{K}) \geq 2^n p_1^{e_1} \dots p_k^{e_k},$$

so enthält \mathfrak{K} einen Gitterpunkt³ $x \neq 0$ mit

$$L_i(x) \equiv 0 \pmod{p_i^{e_i}} \quad (i = 1, \dots, k).$$

Wie auch Jarnik bemerkt hat, entstand sein Satz als Verallgemeinerung eines Satzes von Mahler⁴, der sich auf den Spezialfall bezieht, wo \mathfrak{K} ein Parallelotop

¹ Diese Arbeit (insbesondere Satz 2) bildete einen Teil eines Vortrags von mir gehalten am 26. April 1948 im Seminar von Prof. T. Nagell an der Universität in Uppsala. (Satz 1 entstand erst inzwischen, nachdem mir Jarniks Satz bekannt wurde.)

² V. Jarnik, Sur un théorème de M. Mahler, Časopis pro Pěstování Mat. a Fys., 68 (1939), S. 59–60.

³ Einen Punkt $x = (x_1, \dots, x_n)$ mit ganzen rationalen x_i nennen wir einen Gitterpunkt.

⁴ K. Mahler, Über Diophantische Approximationen im Gebiete der p -adischen Zahlen, Jahresber. d. deutschen Mathematikervereinigung 44 (1934), S. 250–255.