

VERALLGEMEINERUNG EINES MITTELWERTSATZES VON J. FAVARD FÜR POSITIVE KONKAVE FUNKTIONEN.

VON

L. BERWALD¹.

Einleitung.

1. Nach J. L. W. V. JENSEN² heisst eine Funktion $f(x)$, die für je zwei Argumentwerte $x^{(1)}, x^{(2)}$ aus ihrem Definitionsintervall der Ungleichung

$$(1.1) \quad f\left(\frac{x^{(1)} + x^{(2)}}{2}\right) \leq \frac{1}{2} [f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})], \quad \text{bzw.} \quad \geq \frac{1}{2} [f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]$$

genügt, *konvex* bzw. *konkav*. J. FAVARD³ hat vor einigen Jahren für positive konkave Funktionen folgenden Mittelwertsatz ausgesprochen:

In $a \leq x \leq b$ sei $f(x) \geq 0$, konkav, stetig⁴, nicht identisch Null, und

$$(1.2) \quad \bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

¹ In 1939, BERWALD lost his position as a professor of mathematics at the German University of Prague because he was regarded as a »non-aryan«. On the 26th of October, 1941, he was deported to Lodz (Litzmannstadt) Ghetto. There he died in February or March, 1942. Before he left Prague he handed me five manuscripts of mathematical papers which he had composed, but had not been able to publish during the war. Two of these manuscripts are printed here. H. LÖWIG (Prague).

² J. L. W. V. JENSEN, Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes. Acta math. 30 (1906), 175—193.

³ J. FAVARD, Sur les valeurs moyennes. Bull. Sci. Math. (2) 57 (1933), 54—64. Herr FAVARD nimmt als Integrationsintervall das Intervall $0 \leq x \leq 1$ und schreibt an Stelle des Integrals links in (1.3) einen äquivalenten Mittelwert, in unserer Bezeichnungsweise $\int_0^1 \psi(2xf) dx$.

⁴ Die Stetigkeit in $a < x < b$ folgt aus den vorhergehenden Voraussetzungen.