ÜBER DIE LÖSUNG DER KONGRUENZ

$$(\lambda + 1)^p - \lambda^p - 1 \equiv 0 \pmod{p^2}$$

VON

A. ARWIN

in LUND.

Der Versuch das Fermat'sche Problem $x^p + y^p = z^p$ in zur Primzahl p prime ganzen Zahlen zu lösen führt leicht zur Untersuchung der Möglichkeit der Kongruenz $(\lambda+1)^p - \lambda^p - 1 \equiv 0 \pmod{p^2}$, und diese ist eben der Gegenstand einer Untersuchung in dieser Abhandlung. Die Ausführung, die das Problem mit sich zog und unten angegeben worden ist, wurde eine Folge vom Zusammenführen ganzzahliger Werte $(\bmod\, p)$ und $(\bmod\, p^2)$ und von dem Verhältnis dieser Werte zu einander. Hierin liegt das Neue, das in dieser Abhandlung zu finden ist, wie auch in der Übersicht der Natur der Lösungen, die daraus ersichtlich ist. Dass endlich wirklich solche Lösungen in den verschiedenen Fällen und damit Gruppen $(\bmod\, p^2)$ mit gewissen Eigenarten existieren können, ist ein Resultat vom reinen experimentellen Prüfen. Dazu sei nur bemerkt, dass die Giltigkeit von $2^{p-1} \equiv 1\ (p^2)$ für $p = 1093$ von W. Meissner beispielsweise in Archiv der Math. u. Physik 1914 angegeben worden ist, während das zweite Beispiel für das, was ich "v-Gruppen innerhalb eines Systemes $(a) \pmod{p^2}$" genannt habe, nämlich die Primzahl $p = 59$, wohl die erste Primzahl zu sein scheint, die solche Gruppen besitzt, aber gar nicht so eigenartig wie $p = 1093$ ist, sondern von vielen anderen begleitet wird, wenn diese auch nicht zu zahlreich sind.

Aus der Identität

$$(\lambda+1)^p - \lambda^p - 1 = p\,\lambda\,(\lambda+1)\,(\lambda^2+\lambda+1)^\varepsilon f_p(\lambda, 1) \tag{1}$$

wo p eine Primzahl sein soll, $\varepsilon = 1$ oder 2, je nachdem $p = 6n - 1$ oder $6n + 1$ ist, geht hervor, dass sich $f_p(\lambda, 1)$ relativ invariant für die Substitutionsgruppe