ZUR THEORIE DER LINEAREN GLEICHUNGEN.

VON

E. STUDY

in BONN.

Die Determinantentheorie liefert die Auflösung eines Systems linearer Gleichungen nicht immer in zweckmässiger Form. Ein geläufiges Beispiel dafür bildet das Multiplikationstheorem der Quaternionen,

$$\begin{aligned}
\alpha_0\alpha'_0 - \alpha_1\alpha'_1 - \alpha_2\alpha'_2 - \alpha_3\alpha'_3 &= \alpha''_0,\\
\alpha_0\alpha'_1 + \alpha_1\alpha'_0 + \alpha_2\alpha'_3 - \alpha_3\alpha'_2 &= \alpha''_1,\\
\alpha_0\alpha'_2 + \alpha_2\alpha'_0 + \alpha_3\alpha'_1 - \alpha_1\alpha'_3 &= \alpha''_2,\\
\alpha_0\alpha'_3 + \alpha_3\alpha'_0 + \alpha_1\alpha'_2 - \alpha_2\alpha'_1 &= \alpha''_3.
\end{aligned}$$

Fasst man dieses häufig auftretende Formelsystem als ein System von Gleichungen für die Unbekannten α'_k oder α_k, so wird die zugehörige Determinante in beiden Fällen das Quadrat eines Ausdrucks, der von den Koeffizienten der Unbekannten rational abhängt, nämlich das Quadrat der Norm der Quaternion α oder α',

$$\begin{aligned}
N\alpha &= \alpha_0^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2,\\
N\alpha' &= \alpha'^2_0 + \alpha'^2_1 + \alpha'^2_2 + \alpha'^2_3.
\end{aligned}$$

Ein Faktor $N\alpha$ oder $N\alpha'$ geht dann auch in die Zähler der Determinantenausdrücke für die Unbekannten ein, und erst nach Wegschaffung dieses überflüssigen und sehr störenden Faktors erhält man die Lösung, falls sie existiert, in brauchbarer Form — eben der, die in der Quaternionenrechnung überall angewendet wird.

Die Beseitigung des fremden Faktors bietet nun zwar in diesem Falle noch keine Schwierigkeit. Indessen sind Vorkommnisse derart sehr häufig, ja sie