

RELATIONS ENTRE LES POLYNOMES DE JACOBI, LAGUERRE ET HERMITE.

PAR

ERVIN FELDHEIM

à BUDAPEST.

Les polynomes classiques de Jacobi renferment un très grand nombre de polynomes orthogonaux particuliers et fréquemment employés, tout d'abord les polynomes ultrasphériques (et ses nombreux cas spéciaux). On peut aussi déduire des polynomes de Jacobi, comme il est bien connu, les polynomes de Laguerre par un passage à la limite approprié, de même que les polynomes d'Hermite se déduisent d'une façon analogue des polynomes ultrasphériques. Le but de la présente Note est d'étudier la liaison entre ces quatre systèmes de polynomes. Les relations considérées sont en partie connues et admises sans démonstration, d'autres, également connues, seront retrouvées comme des cas particuliers de certains résultats que nous croyons nouveaux.

Ces relations sont de deux sortes: relations de passage d'un système de polynomes à un autre, et relations de passage (d'une valeur du paramètre ou du degré ou de l'argument à une autre) dans le même système de polynomes. On établira des relations limites, des relations contenant des intégrales et des développements en séries des polynomes en question.

Commençons par les *définitions*¹. Les polynomes de Jacobi sont définis par

$$(1) \quad P_n^{(\alpha, \beta)}(x) = \frac{(\alpha + 1)_n}{n!} F\left(-n, n + \alpha + \beta + 1; \alpha + 1; \frac{1-x}{2}\right),$$

¹ Pour les définitions, ainsi que pour un grand nombre des résultats connus cités, voir G. Szegő, *Orthogonal Polynomials*. Amer. Math. Soc. Coll. Publ. vol. 23. (1939).