

RÉFLEXIONS SUR LES DEUX NOTES PRÉCÉDENTES

PAR

H. POINCARÉ.

à PARIS.

Les considérations présentées par M. SCHÖNFLIES au sujet de la note de M. RICHARD seront lues avec intérêt; non qu'aucune de ses critiques puisse résister à un examen approfondi, mais par ce qu'elles peuvent suggérer d'utiles réflexions.

1. On sait que M. RICHARD considère l'ensemble E des nombres *qui peuvent être définis en un nombre fini de mots*. Il démontre que cet ensemble est dénombrable et c'est cette démonstration que M. SCHÖNFLIES conteste.

Et pourquoi? Parce qu'on peut, dit-il, définir par une même formule une infinité d'objets mathématiques. Il est évident qu'une pareille formule ne peut constituer une définition, au moins au sens où M. RICHARD emploie ce mot. Et en effet ce qui caractérise précisément une définition, c'est qu'elle permet de distinguer l'objet défini de tous les autres objets; si elle s'applique à une infinité d'objets, elle ne permet pas de les discerner les uns des autres; elle n'en définit aucun; elle n'est plus une définition.

Ainsi pour prendre le premier exemple de M. SCHÖNFLIES; quand on dit «une fonction constante», on a une formule d'un nombre fini de mots et qui s'applique à une infinité de fonctions; mais qui ne les définit pas, qui définit seulement leur relation avec un certain nombre, à savoir la valeur constante de la fonction. Pour achever de définir une de ces fonctions, il faut définir cette valeur constante.

C'est seulement si cette valeur constante peut être définie en un nombre fini de mots, que la fonction elle-même pourra l'être. Il n'est donc pas exact de dire que cette formule définit en un nombre fini de mots un ensemble de