

ÜBER DIE NULLSTELLEN DER FUNKTIONEN $E_a(x)$

VON

A. WIMAN

in UPSALA.

§ 1.

Für nähere Angaben über Lage und Dichtigkeit der Nullstellen einer in der Gestalt einer Potenzreihe gegebenen ganzen Funktion sind zwar im Allgemeinen höchst komplizierte Betrachtungen erforderlich. Doch lassen sich derartige Fragen für die ganzen Funktionen

$$(1) \quad E_a(x) = \sum_0^{\infty} \frac{x^n}{\Gamma(an + 1)}$$

in ganz einfacher Weise erledigen. Diesen Umstand verdankt man den für die Untersuchungen äusserst bequemen Darstellungen dieser Funktionen, welche von Herrn MITTAG-LEFFLER gegeben sind.

Die fundamentale Identität ist hierbei die folgende

$$(2) \quad E_a(x) = \frac{1}{2\pi ia} \int \frac{e^{\omega^a} d\omega}{\omega - x}.$$

Die Integration wird über einen Kurvenzug ausgeführt, dessen Anfangspunkt und Endpunkt unendlich entfernt liegen, und zwar, falls α eine positive reelle Grösse bezeichnet, bez. in den Richtungen $\varphi = \mp \alpha\pi$; überdies soll die Stelle x bei der Integration auf der linken Seite gelassen werden. Hält man letztere Bedingung nicht aufrecht, so sind nur die nötigen Residuen hinzuzufügen. Als Integrationskurve kann man also auch die beiden Geraden $\varphi = \mp \alpha\pi$ in ihrer ganzen Länge nehmen; nur ist