

ÜBER DEN FUNDAMENTALSATZ IN DER THEORIE DER FUNKTIONEN $E_\alpha(x)$

VON

A. WIMAN

in UPSALA.

Erst neuerdings ist durch Herrn MITTAG-LEFFLER die Aufmerksamkeit auf die Funktion

$$E_\alpha(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\Gamma(\alpha n + 1)}$$

gelenkt worden.¹ Von diesem Forscher sind aber auch sogleich die höchst interessanten Eigenschaften der Funktion klargelegt, auf denen die Rolle beruht, welche die Funktion bei der Herstellung in möglichst ausgedehnten Bereichen konvergierender Ausdrücke für analytische Funktionen spielen wird. Man gelangt in der Tat zur naturgemässen Erweiterung der von Herrn BOREL gegebenen exponentiellen Summationsmethode,² welche als spezieller Fall für $\alpha = 1$ eintritt. Für den Hauptsatz in der Theorie der Funktionen $E_\alpha(x)$ habe ich nun einen neuen Beweis gefunden, welchen ich auf der freundlichen Aufforderung des Herrn MITTAG-LEFFLER hier veröffentliche. Derselbe nimmt seinen Ausgangspunkt in den linearen Differentialgleichungen erster Ordnung, denen die Funktionen $E_\alpha(x)$ für rationale α genügen.

¹ Comptes Rendus (2 mars, 12 octobre 1903).

² Man sehe etwa die Darstellung bei BOREL, *Leçons sur les séries divergentes*, chapitre III, IV (Paris 1901).