

ÜBER EINEN GEOMETRISCHEN CALCÜL
(VERKNÜPFUNGS-CALCÜL)

VON

GERHARD HESSENBERG
in BERLIN-CHARLOTTENBURG.

1. Es wird in dieser Arbeit ein geometrischer Calcül mit den Punkten einer Geraden aufgebaut, und zwar auf Grund folgender 3 Sätze:

- I) *Durch zwei Punkte ist stets eine und nur eine Gerade möglich.*
- II) *Zwei Gerade schneiden sich stets in einem (und wegen I nur in einem) Punkt.*
- III) *Gehen die Verbindungslinien homologer Ecken zweier aufeinander bezogener Dreiecke durch einen Punkt, so schneiden sich die homologen Seiten in Punkten einer Geraden.*

Der erste Satz ist ein ebenes Verknüpfungssaxiom. Der zweite könnte durch das Parallelenaxiom ersetzt werden und gilt auf Grund desselben, wenn man die ideale unendlichferne Gerade mit den idealen unendlichfernen Punkten einführt. Die Sätze I und II sollen daher als die »idealen ebenen Verknüpfungssaxiome« bezeichnet werden. Es sei bemerkt, dass wir nur die ebene Geometrie betrachten.

Satz III ist der *Desargues'sche Satz*, dessen Beweis in bekannter Weise geführt werden kann, wenn noch die räumlichen Verknüpfungssaxiome vorausgesetzt werden; man zeigt nämlich, dass die durch den Satz beschriebene Figur der Schnitt eines vollständigen räumlichen Fünfecks ist.

2. Der aus diesen Sätzen zu entwickelnde Calcül steht in enger Beziehung zu zwei anderen geometrischen Rechenverfahren. Das erste ist