ÜBER DEN ZUSAMMENHANG ZWISCHEN DEM MAXIMALBETRAGE EINER ANALYTISCHEN FUNKTION UND DEM GRÖSSTEN GLIEDE DER ZUGEHÖRIGEN TAYLOR'SCHEN REIHE.

VON

A. WIMAN

in UPSALA.

Es bezeichne für $|z|=r$ $M(r)$ den Maximalbetrag einer analytischen Funktion $F(z)$, welche durch die TAYLOR'sche Entwickelung

$$a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \cdots$$

dargestellt wird. Den grössten möglichen Betrag eines Gliedes in dieser Entwickelung bezeichnen wir mit $m(r)$, wenn $|z|=r$ einen gegebenen Wert hat, und $m(r)$ von keinem Betrag eines anderen Gliedes übertroffen wird. Ist $F(z)$ eine ganze transzendente Funktion, so folgt schon aus den Untersuchungen des Herrn BOREL,[1] dass für beliebig grosse r die Ungleichung

$$M(r) < [m(r)]^{1+\varepsilon}$$

gültig ist, wobei ε eine beliebige positive Grösse bedeuten kann.

Dass man für spezielle Funktionen viel genauere Resultate erlangen kann, ersieht man aus dem Beispiele

$$M(r) = e^r = \sum_0^\infty \frac{r^n}{\Gamma(n+1)}.$$

[1] *Leçons sur les fonctions entières*, S. 62 (Paris 1900). Man sehe auch BOREL, *Leçons sur les séries à termes positivs* (Paris 1902), woselbst mehr eingehend spezielle Fälle mit positiven Koeffizienten (auch mit endlichem Konvergenzradius) behandelt werden, sowie auch auf die einschlägigen Arbeiten der Herren APPELL, CESÀRO, HADAMARD und besonders LE ROY Bezug genommen wird.