ÜBER RATIONALE PUNKTE AUF KURVEN DRITTER ORDNUNG VOM GESCHLECHTE EINS.

Von

A. WIMAN

in LUND.

I.

1. In dieser Arbeit werden immer als Koeffizienten rationale Zahlen angenommen. Existiert ein rationaler Punkt auf der Kurve, so lässt sich ihre Gleichung bekanntlich stets rational auf die Gestalt

$$y^2 = f_3(x) \tag{1}$$

reduzieren. Von dieser Gleichung nehmen wir unseren Ausgangspunkt. Es erscheint vorteilhaft hier nicht notwendig die Weierstrassche Normalform anzunehmen. Je nach der Rationalität der Wurzeln e_1, e_2, e_3 von $f_3(x) = 0$ bekommen wir drei Fälle, für welche eine verschiedene Behandlung erforderlich ist. Diese Fälle ordnen wir hier nach den mit ihnen verbundenen steigenden Schwierigkeiten.

1) e_1, e_2, e_3 sind sämtlich rational.
2) Nur eine von den Zahlen e_1, e_2 und e_3 ist rational.
3) e_1, e_2, e_3 sind sämtlich irrational.

Wir erinnern hier zunächst an den von H. Poincaré eingeführten Begriff vom *Range einer Kurve*,[1] womit man die Minimalzahl von Basispunkten bezeichnet, aus denen sich sämtliche rationale Punkte herleiten lassen. Dass dieser Rang stets endlich ist, wurde später von L. J. Mordell bewiesen.[2] Dagegen ist es noch nicht gelungen eine obere Grenze für den Rang zu bestimmen. Der

---

[1] Journal de Mathématiques, Ser. 5, Bd. 7 (1901).

[2] Proc. of the Cambridge Philos. Society, Bd. 21 (1922).