ÜBER DIE LINEARE ZERLEGUNG DER DEN GANZEN MODULFORMEN VON HÖHERER STUFE ENTSPRECHENDEN DIRICHLETREIHEN IN VOLLSTÄNDIGE EULERSCHE PRODUKTE.

Von

HANS PETERSSON

in Hamburg.

1. Zur Ableitung der Multiplikationsgesetze, welche die Fourierkoeffizienten der ganzen Modulformen von der Stufe N und der ganzzahligen Dimension $-r \leqq -1$ beherrschen, hat sich die Theorie der von Hecke eingeführten Operatoren T_n als das geeignete Hilfsmittel erwiesen.[1] Die Formulierung dieser Multiplikationsgesetze erfolgt für die allgemeine Modulform $f(\tau)$ dadurch, dass diese zunächst als Linearkombination von solchen Modulformen dargestellt wird, welche Eigenfunktionen aller Operatoren R_n, T_n mit $(n, N) = 1$ sind. Für die der Modulform $f(\tau)$ entsprechende Dirichletreihe $D(s, f)$ bedeutet dies, dass sich die $D(s, f)$ zugeordnete reduzierte Reihe $\tilde{D}(s, f) = D(s, \tilde{f})$ aus endlich vielen durch f eindeutig bestimmten reduzierten kanonischen Eulerprodukten linear mit konstanten Koeffizienten zusammensetzen lässt. Daraus folgt nach den zitierten Quellen in manchen, aber nachweislich nicht allen Fällen, dass auch die ursprüngliche (nicht reduzierte) Dirichletreihe $D(s, f)$ als Linearkombination von (vollständigen) kanonischen Eulerprodukten geschrieben werden kann.

Geht man zur näheren Beschreibung dieser Verhältnisse von einer im Sinne von AQF § 3 abgeschlossenen Schar $\mathfrak{S}$ aus, der die gegebene Modulform $f(\tau)$

---

[1] E. Hecke, Über Modulfunktionen und die Dirichletschen Reihen mit Eulerscher Produktentwicklung I, II, Math. Annalen 114 (1937); Analytische Arithmetik der positiven quadratischen Formen, Monographie, Kgl. Danske Videnskab. Selskab Meddelelser XVII, 12 (1940); diese drei Abhandlungen werden mit T_n I, T_n II, AQF zitiert.

H. Petersson, Konstruktion der sämtlichen Lösungen einer Riemannschen Funktionalgleichung durch Dirichletreihen mit Eulerscher Produktentwicklung I, II, III, Math. Annalen 116 (1939), 117 (1940), im folgenden zitiert mit K I, K II, K III.