SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS ARITHMÉTIQUES DE CERTAINES FONCTIONS TRANSCENDANTES.

PAR

E. STRIDSBERG

à STOCKHOLM.

CHAPITRE I.

Introduction.

L'étude suivante sur les propriétés arithmétiques de certaines fonctions transcendantes a pour origine et pour base essentielle d'une part les célèbres recherches concernant la transcendance des nombres e et π qui ont été faites par HERMITE, LINDEMANN, WEIERSTRASS et autres ainsi que les méthodes suivies par ces savants, d'autre part les recherches très intéressantes sur les propriétés arithmétiques des intégrales de certaines équations différentielles linéaires qu'on doit à MM. HURWITZ et BENDIXSON et où l'on retrouve sous une forme nouvelle certaines conséquences jusqu'ici peu observées de la preuve de l'irrationalité des nombres e et π donnée par LAMBERT et LEGENDRE.

Dans un mémoire célèbre, HERMITE a démontré la proposition suivante:[1]

Désignons par $E(x)$ la fonction exponentielle. Soient $x_0 x_1 \ldots x_n$ des nombres rationnels inégaux d'ailleurs arbitraires, et soient $C_0 C_1 \ldots C_n$ des nombres rationnels quelconques, avec $C_0 \neq 0$. Il ne pourra jamais exister une relation de la forme:

$$(1) \qquad \sum_0^n {}_k\, C_k E(x_k) = 0.$$

[1] HERMITE: Sur la fonction exponentielle. Compt. rend. t. 77. 1873.