

# ZUR CHARAKTERISIERUNG DER ALGEBRAISCHEN UND DER RATIONALEN FUNKTIONEN DURCH IHRE FUNKTIONSWERTE.

VON

THEODOR SCHNEIDER

in GÖTTINGEN.

In dieser Note soll keine Charakterisierung der algebraischen bzw. rationalen Funktionen schlechthin versucht werden, sondern nur der algebraischen bzw. rationalen Funktionen in  $z$ , die einer Definitionsgleichung mit algebraischen Zahlkoeffizienten genügen, woraus sich in bekannter Weise eine Beziehung mit ganzen rationalen Zahlkoeffizienten ergibt.

Lange ist vergeblich versucht worden, für die Algebraizität bzw. Rationalität einer Funktion charakteristische Bedingungen aus dem Wertevorrat aufzustellen, und es ist auch seit langem bekannt, dass selbst so umfassende Bedingungen wie z. B., dass die Funktion an allen algebraischen Stellen algebraische Funktionswerte annehme, nicht hinreichend sind.

Erst kürzlich gelang K. Dörge<sup>1</sup> die Angabe charakteristischer Bedingungen für algebraische und auch für rationale Funktionen durch den Wertevorrat, zusammen mit Eigenschaften einer Potenzreihenentwicklung.

Hier soll von einer einerseits wesentlich schwächeren Bedingung, die sich nur auf den Wertevorrat bezieht, bezüglich der einzelnen Funktionswerte weniger als bei Dörge verlangt, und von der Potenzreihe gar keinen Gebrauch macht, die allerdings andererseits über den Wertevorrat insofern mehr fordert, als sie über unendlich viele Funktionswerte aussagt, während Dörge mit einer hinreichend grossen Anzahl von Funktionswerten auskommt, gezeigt werden, dass sie für die Algebraizität charakteristisch ist. Eine gewisse Verschärfung dieser Bedingung wird die rationalen Funktionen kennzeichnen.

Aus dem Beweis wird leicht erkennbar sein, dass sich auf analoge Weise beliebig viele verschiedene solcher charakteristischer Bedingungen angeben lassen.

---

<sup>1</sup> Die Arbeit von K. Dörge soll in den Mathematischen Annalen Bd 122, Heft 2 erscheinen. Die Resultate derselben sind von K. Dörge auf der Tagung der D. M. V. 1949 vorgetragen worden.