CHAPITRE II.

Etude des surfaces asymptotiques.

§ 16. *Exposé du problème.*

Reprenons les équations de la dynamique en supposant deux degrés de liberté seulement, et par conséquent quatre variables x_1, x_2, y_1 et y_2. D'après ce que nous avons vu aux § 14 ces équations admettent certaines solutions particulières remarquables que nous avons appelées asymptotiques. Chacune de ces solutions asymptotiques est représentée, dans le système de représentation géométrique exposé au paragraphe précédent, par certaines courbes trajectoires. L'ensemble de ces courbes engendrent certaines surfaces que nous pouvons appeler surfaces asymptotiques et que nous nous proposons d'étudier.

Ces solutions asymptotiques peuvent se mettre sous la forme suivante:

$$(1)\qquad \begin{gathered} x_1 = \varphi_1(t, w), \qquad x_2 = \varphi_2(t, w), \qquad y_1 = n_1 t + \varphi_3(t, w), \\ y_2 = n_2 t + \varphi_4(t, w), \end{gathered}$$

w étant égal à Ae^{at}, et A étant une constante arbitraire. De plus φ_1, φ_2, φ_3 et φ_4 sont (par rapport à t, w étant regardé un instant comme une constante) des fonctions périodiques de période T et $n_1 T$ et $n_2 T$ sont des multiples de 2π.

Si entre les équations (1) on élimine t et w, il viendra:

$$(2)\qquad x_1 = f_1(y_1, y_2), \qquad x_2 = f_2(y_1, y_2)$$

et ces équations peuvent être regardées comme définissant nos surfaces asymptotiques. Nous avons vu ensuite que si l'on cherche à développer φ_1, φ_2, φ_3 et φ_4 suivant les puissances de $\sqrt{\mu}$, on arrive à des séries qui sont divergentes, mais que ces séries représentent néanmoins asymptotiquement ces fonctions lorsque μ est très petit.

Je rappelle que je conviens de dire que la série

$$A_0 + A_1 x + \ldots + A_p x^p + \ldots$$