THÉORÈME D'EXISTENCE POUR CERTAINS SYSTÈMES D'ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES NON LINÉAIRES.

Par

Y. FOURÈS-BRUHAT.

Introduction.

Je me suis posé le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles hyperboliques non linéaires à propos des équations de la gravitation d'Einstein. Ces équations se présentent en effet comme un système de dix équations du second ordre, linéaires, à quatre variables (espace et temps) et dix fonctions inconnues, les potentiels de gravitation. Ces équations sont du type hyperbolique normal dans un système de coordonnées spatio-temporelles régulier. Le problème du déterminisme se pose, dans la théorie d'Einstein, sous forme du problème de Cauchy, les données étant portées par une variété orientée dans l'espace, relativement à ce système d'équations. L'étude de ce problème, en supposant les données de Cauchy analytiques¹, avait montré que, moyennant quatre conditions vérifiées par ces données, il correspondait à des données initiales, portées par une surface S non caractéristique, un espace-temps einsteinien au voisinage de S . L'étude des surfaces caractéristiques, définies par le fait que les données de Cauchy, portées par une telle surface, ne déterminait pas au voisinage un espace-temps, avait montré que ces surfaces étaient tangentes en l'un quelconque de leurs points M au «conoïde caractéristique» de sommet M , ce conoïde étant engendré par les rayons lumineux, géodésiques de longueur nulle. On voyait ainsi apparaître des ondes et rayons gravifiques, donnant au champ de gravitation le caractère d'un phénomène de propagation et on constatait l'identité entre les lois de propagation de la lumière et du champ de gravitation. Il apparaissait alors comme très important d'étendre ces résultats au cas de données de Cauchy non analytiques, d'une part parce qu'une telle hypothèse d'analyticité n'a pas de sens

¹ G. DARMOIS [1]. A. LICHTNEROWICZ [2].