LETTRES D'HENRI POINCARÉ À L. FUCHS.[1]

I.

Caen, le 29 Mai 1880.

Monsieur le Professeur,

J'ai lu avec le plus grand intérêt le remarquable mémoire que vous avez fait insérer dans la dernière livraison du Journal de Crelle[2] et qui a pour titre: Ueber die Verallgemeinerung des Umkehrproblems. Veuillez me permettre, Monsieur, de vous demander au sujet de ce travail, quelques éclaircissements.

Vous démontrez, page 159 que la fonction z est fonction méromorphe de ζ, toutes les fois que ζ prend une valeur correspondant à une valeur donnée de z; que cette valeur de z soit un point ordinaire ou un point singulier, qu'elle soit finie ou infinie. Vous démontrez ensuite, page 160 que cela est encore vrai pour $\zeta = \infty$ et comme conclusion vous dites:

. . . . . so ist die durch die Gleichung (H.) definirte Function z von ζ für alle Werthe von ζ meromorph.

Il s'agit ici de toutes les valeurs de ζ finies et infinies; cet énoncé ferait donc entendre que z est fonction méromorphe *dans toute l'étendue de la sphère* et par conséquent fonction rationnelle de ζ; on en conclurait que l'équation (A.) est toujours intégrable algébriquement ce qui n'est pas exact comme vous le faites voir un peu plus loin page 168.

A quoi tient cette contradiction? C'est à ce que les valeurs de ζ sont de 3 sortes:

1. Celles qu'on peut faire atteindre à la fontion $\frac{f(z)}{\varphi(z)}$ en faisant décrire à la variable z sur la sphère un certain contour *fini* un nombre *fini* de fois.

2. Celles qu'on peut faire atteindre à cette fonction en faisant décrire à z un contour infini ou bien un contour *fini* un nombre *infini* de fois.

[1] Les lettres que nous publions ici sont d'importance pour l'histoire de la théorie des fonctions fuchsiennes. Ce sont en effet ces lettres dont parle L. Fuchs dans les Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften und der G.-A.-Universität, Göttingen 1882, S. 83. Gesammelte Mathematische Werke, Band II, S. 286.

[2] t. 89, 1880, p. 151—169.