

UNE VARIANTE DE LA MÉTHODE DE MAJORATION DE CAUCHY

PAR

LARS GÅRDING

Lund, Suède ⁽¹⁾

Introduction

Soient $x = (x_1, \dots, x_n)$ n variables complexes et soit

$$f(x) = \sum_{\alpha \geq 0} f_{\alpha} x^{\alpha}, \quad x^{\alpha} = x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n},$$

une série formelle en x , $\alpha \geq 0$ signifiant que $\alpha_k \geq 0$ pour tout k . Si $g(x) = \sum g_{\alpha} x^{\alpha}$ est une autre série formelle nous dirons que $f < g$ si $|f_{\alpha}| \leq g_{\alpha}$ pour tout α . Si f est holomorphe à l'origine, il est bien connu que f admet des majorantes de la forme

$$A \sum_0^{\infty} (X/R)^j, \quad X = x_1 + \dots + x_n, \quad (1)$$

convergentes pour $|X| < R$. Ces majorantes jouent un rôle important dans la méthode classique de Cauchy qui sert à démontrer, par exemple, l'existence d'une solution holomorphe unique du problème de Cauchy d'un système holomorphe d'équations aux dérivées partielles. Quand ces systèmes sont compliqués, la méthode de Cauchy n'est pas très commode et récemment on a proposé d'autres (voir Rosenbloom [1], Friedman [2] et Hörmander [3], pp. 116–118). Nous allons donner une méthode nouvelle employant une majorante plus fine que (1), à savoir

$$Mf(X) = \sum_{j=0}^{\infty} f_j X^j,$$

qui, par définition, sera la plus petite majorante de f qui est fonction de X . Ceci revient à poser

$$f_j = \max_{|\alpha|=j} \alpha! |f_{\alpha}| / |\alpha|!, \quad |\alpha| = j,$$

⁽¹⁾ Conférence faite au Congrès des mathématiciens scandinaves à Copenhague en août 1964.