

SUR LES SYSTÈMES ADJOINTS D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES.

PAR

RENÉ LAGRANGE

à RENNES.

Introduction.

La théorie des systèmes d'équations différentielles linéaires adjoints est classique, mais le mode d'exposition synthétique utilisé dans les ouvrages suggère le besoin d'une étude plus analytique.

Deux systèmes d'équations différentielles linéaires du même ordre

$$(1) \quad \frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik}(t) x_k, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$(2) \quad \frac{dX_i}{dt} = \sum_{k=1}^n A_{ik}(t) X_k, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

sont dits adjoints s'il existe une relation bilinéaire à coefficients constants entre les deux intégrales générales x_1, x_2, \dots, x_n , et X_1, X_2, \dots, X_n , de la forme

$$(3) \quad \sum_{i,k} m_{ik} x_i X_k = \text{indépendant de } t.$$

On peut toujours, par une substitution linéaire effectuée sur les inconnues de l'un de ces systèmes, mettre la relation (3) sous la forme

$$\sum_i x_i X_i = C^{te}.$$