MÉMOIRE SUR LES FONCTIONS FUCHSIENNES

PAR

H. POINCARE.

§ 1. *Séries Thétafuchsiennes.*

Dans un mémoire antérieur, j'ai montré comment il est possible de former des groupes discontinus avec des substitutions de la forme:

$$(1) \qquad \left(z, \frac{\alpha_i z + \beta_i}{\gamma_i z + \delta_i}\right)$$

en choisissant les coëfficients α_i, β_i, γ_i, δ_i de telle facon que les diverses substitutions du groupe n'altèrent pas un certain cercle appelé cercle fondamental. Je supposerai dans tout ce qui va suivre que ce cercle fondamental a pour centre l'origine et pour rayon l'unité, de telle sorte que son équation soit:

$$\text{mod. } z = 1.$$

Je considère un de ces groupes discontinus, dits *groupes fuchsiens,* que j'appelle G. A ce groupe correspondra une décomposition du cercle fondamental en une infinité de polygones normaux R, tous congruents entre eux.

Je me propose de démontrer qu'il existe toujours un système de fonctions uniformes de z qui demeurent inaltérées par les diverses substitutions du groupe G et que j'appellerai fonctions fuchsiennes.

A cet effet j'envisage les diverses substitutions de G comprises dans la formule (1) et je pose pour abréger: