ÜBER DIE ANNÄHERUNG ALGEBRAISCHER ZAHLEN DURCH PERIODISCHE ALGORITHMEN.

Von

KURT MAHLER

z. Zt. in KREFELD.

Herrn Prof. Dr. E. LANDAU zum 60. Geburtstag gewidmet.

In engem Anschluss an zwei klassische Arbeiten von Minkowski[1] werden in der vorliegenden Arbeit gewisse Algorithmen untersucht, durch die sich die Zahlen eines vorgegebenen algebraischen Zahlkörpers $\mathfrak{K}$ vom Grad $n \geq 2$ über dem Körper $\mathfrak{R}$ der rationalen Zahlen annähern lassen. Aus Gründen der Einfachheit und Durchsichtigkeit wird dabei das Problem in einer möglichst allgemeinen und symmetrischen Form gestellt und weder eine Zahl, noch eine Bewertung von $\mathfrak{K}$ vor der andern ausgezeichnet.

Unter $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \mathfrak{p}_3, \ldots$ seien die sämtlichen verschiedenen endlichen und unendlichen Primideale von $\mathfrak{K}$, unter $\Omega(\xi \mid \mathfrak{p})$ die zugehörigen Bewertungen verstanden; letztere denken wir so normiert, dass für $\xi \neq 0$

$$\prod_{\mathfrak{p}} \Omega(\xi \mid \mathfrak{p})^{g(\mathfrak{p})} = 1$$

ist, wo $g(\mathfrak{p})$ den Grad der perfekten Erweiterung von $\mathfrak{K}$ in bezug auf $\Omega(\xi \mid \mathfrak{p})$ über der gleichen Erweiterung von $\mathfrak{R}$ darstellt. Weiter bedeutet eine λ-Funktion $\lambda_0(\mathfrak{p})$, bzw. eine l-Funktion $l(\mathfrak{p})$ eine für jedes $\mathfrak{p}$ eindeutig bestimmte positive Zahl, die nur für endlichviele $\mathfrak{p}$ von 1 verschieden ist, an endlichen Primstellen als Funktionswert der zugehörigen Bewertung auftreten kann und die der Gleichung

$$\prod_{\mathfrak{p}} \lambda_0(\mathfrak{p})^{g(\mathfrak{p})} = \gamma^n, \text{ bzw. } \prod_{\mathfrak{p}} l(\mathfrak{p})^{g(\mathfrak{p})} = 1$$

[1] H. Minkowski, Gesammelte Abhandlungen, I, 293—315 und 357—371.