

RECHERCHES SUR LE DÉVELOPPEMENT EN SÉRIES TRIGONO-
MÉTRIQUES DES FONCTIONS ARBITRAIRES D'UNE
VARIABLE ET PRINCIPALEMENT DE CELLES QUI,
DANS UN INTERVALLE FINI, ADMETTENT UNE
INFINITÉ DE MAXIMA ET DE MINIMA.

PAR

R. LIPSCHITZ.¹

Traduit du latin par M. PAUL MONTEL, à Paris.

Les séries qui procèdent suivant les sinus et les cosinus des multiples d'un angle, à l'aide desquelles on développe une fonction arbitraire d'une variable sont depuis longtemps très employées dans les diverses branches des mathématiques par tous ceux qui s'occupent de ces questions. C'est pourquoi il appartenait aux géomètres d'étudier à fond le champ étendu de ces fonctions et de tracer la limite entre celles qui peuvent être développées en séries trigonométriques et celles qui ne possèdent pas cette propriété. L'éminent LEJEUNE-DIRICHLET s'est acquitté de cette charge, sans parler des efforts tentés auparavant par d'autres, dans son célèbre mémoire intitulé: «Sur la convergence des séries trigonométriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données».² Qu'il me soit permis d'esquisser les progrès considérables que ce mémoire a fait faire à l'analyse afin de rendre plus claires la nature et la portée des questions abordées et résolues dans ce travail.

Le mémoire du célèbre géomètre repose sur le principe suivant: étant donnée une fonction arbitraire $\varphi(x)$, dans l'intervalle $(-\pi, +\pi)$ de la variable x , formons la série

¹ Journal de Crelle V. 63 (1864). p. 296.

² Journal de Crelle V. 4 p. 157.

Acta mathematica. 30. Imprimé le 13 décembre 1912.