

QUELQUES REMARQUES SUR LES FONCTIONS DÉTERMINANTES.

PAR

S. PINCHERLE

à BOLOGNA.

Je présente dans cette note quelques remarques simples et élémentaires qui complètent en quelques parties, je pense, la théorie des fonctions déterminantes, théorie dont l'importance a été reconnue depuis longtemps, et qui devient encore plus intéressante à cause des travaux parus dernièrement sur la série de DIRICHLET.

1. Soit $\varphi(t)$ une fonction réelle ou complexe de la variable réelle, limitée et intégrable dans chaque intervalle fini entre c et $+\infty$. Étudions l'intégrale

$$\int_c^{\infty} \varphi(t) e^{-tx} dt. \quad (1)$$

Rappelons quelques résultats connus qui se rapportent à l'expression (1). Si la (1) est convergente pour une valeur $x = x_0$ elle est aussi convergente pour chaque valeur x dont la partie réelle est plus grande que la partie réelle de x_0 , c'est à dire, selon une notation très connue, si l'on a

$$R(x) > R(x_0).$$

Il s'ensuit l'existence d'un demiplan de convergence pour (1), c'est à dire d'un nombre a tel que la (1) converge pour $R(x) > a$, tandis qu'elle ne converge pas pour $R(x) < a$. Sur la droite de convergence $R(x) = a$ on ne peut affirmer en général ni la convergence ni la divergence. On appellera le nombre a *abscisse de convergence* pour l'expression (1), ou bien *ordre* de la fonction $\varphi(t)$. Ce nombre