ZUR THEORIE DER RIEMANN'SCHEN ZETAFUNKTION IM KRITISCHEN STREIFEN.

VON

HARALD BOHR

in KOPENHAGEN.

Einleitung.

Die RIEMANN'sche Zetafunktion $\zeta(s)$ der komplexen unabhängigen Variablen $s = \sigma + it$ ist bekanntlich eine in der ganzen Ebene, bis auf den einzigen Pol $s = 1$, reguläre analytische Funktion, welche der Funktionalgleichung

$$\zeta(1-s) = \frac{2}{(2\pi)^s} \cos \frac{s\pi}{2} \Gamma(s) \zeta(s)$$

genügt. Diese Funktionalgleichung erlaubt die Untersuchung der Zetafunktion auf die Halbebene $\sigma > \frac{1}{2}$ zu beschränken; in der Tat, wenn man die Zetafunktion für $\sigma > \frac{1}{2}$ beherrscht, lässt sie sich mittels der Funktionalgleichung, welche ja die Werte von Zeta in den beiden Punkten s und $1-s$ verbindet, in der übriggebliebenen Halbebene $\sigma < \frac{1}{2}$ studieren.

In der Halbebene $\sigma > 1$ ist $\zeta(s)$ durch das EULER'sche Produkt

$$\zeta(s) = \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - p_n^{-s}}$$

dargestellt, wo p_n die n^{te} Primzahl bedeutet; es ist also speziell $\zeta(s) \neq 0$ für $\sigma > 1$. Von dieser Produktdarstellung ausgehend habe ich in einigen früheren Abhandlungen durch eine arithmetisch-analytische Methode, welche auf die Theorie der