SUR UNE EXTENSION D'UN THÉORÈME CLASSIQUE DE LA THÉORIE DES FONCTIONS

PAR

E. PHRAGMÉN
à STOCKHOLM.

On sait le rôle fondamental que joue, dans la théorie élémentaire des fonctions analytiques, le théorème qui dit qu'une fonction entière est nécessairement une constante, si, en valeur absolue, elle reste partout inférieure à une quantité donnée.

En me servant des propriétés de l'expression analytique bien connue indiquée par LAPLACE et ABEL, et appliquée avec tant de succès par M. POINCARÉ et M. BOREL à l'étude de plusieurs problèmes difficiles, je suis arrivé à une extension assez remarquable de ce théorème.

Pour faciliter l'exposé de mon résultat je démontrerai successivement six théorèmes. Le premier de ces théorèmes s'énonce ainsi:

Théorème I. *Soit $F(x)$ une fonction entière satisfaisant aux deux conditions suivantes:*

1° $|F(x)| < C_1 e^{|x|^k}$ *pour les points x situés à l'intérieur d'un certain angle, l'exposant k et le grandeur α de l'angle étant assujettis à la condition $k\alpha < \pi$;*

2° $|F(x)| < C_2$ *pour tous les autres points x* (C_1 et C_2 désignant deux constantes).

Cette fonction $F(x)$ sera nécessairement une constante.

Pour la démonstration nous pourrons supposer que l'angle considéré ait son sommet à l'origine et qu'il soit orienté de manière que l'axe réel