SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS ENTIÈRES

PAR

P. BOUTROUX

À PARIS.

Introduction.

L'éude directe des développement en série, à laquelle ABEL a su donner une si brillante impulsion, et qu'il a appelée »la partie la plus essentielle des mathématiques», a occupé, dans les travaux de ses successeurs, une place prépondérante Le moment est venu maintenant de considérer en eux-mêmes et d'analyser avec quelques détails les types généraux de fonctions dont la science a été ainsi enrichie. Or il faut bien reconnaître que les propriétés d'une fonction n'apparaissent que rarement sur un développement infini. C'est pourquoi il sera souvent avantageux de substituer à l'étude d'un développement celle de caractères moins précis mais plus intuitifs, aptes à servir de marque aux fonctions d'une classe déterminée, en permettant de les distinguer des fonctions voisines et de les reconnaître lorsqu'elles sont définies par une équation différentielle ou de toute autre manière.

Le mode de croissance, objet des beaux travaux de MM. HADAMARD et BOREL, paraît être, pour les fonctions entières, un tel caractère. Toutefois, si l'on veut que la connaissance de ce mode de croissance puisse, dans une étude ultérieure, tenir lieu de celle de la fonction, il est nécessaire de le déterminer avec plus de précision qu'on ne l'a fait encore. C'est la tâche que je me suis proposée dans ce mémoire.

MM. HADAMARD et BOREL ont montré [1] que le module d'une fonction entière dépend étroitement de celui du $n^{\text{ième}}$ zéro. Toutefois l'on avait

[1] Des généralisations des théorèmes de MM. HADAMARD et BOREL viennent d'être tout récemment indiquées par M. E. LINDELÖF qui a établi des propositions voisines de celles qui sont exposées dans la première partie de ce travail. M. LINDELÖF a également obtenu, de son côté, un exemple de fonction de genre zéro se trouvant la somme de deux fonctions de genre *un*. (Voir page 141.)