DIE DIRICHLET'SCHEN REIHEN, DIE ZAHLENTHEORETISCHEN FUNKTIONEN UND DIE UNENDLICHEN PRODUKTE VON ENDLICHEM GESCHLECHT

VON

HJ. MELLIN

in HELSINGFORS.

§ 1.

Die von ABEL in der Abhandlung *Solution de quelques problèmes à l'aide d'intégrales définies* entwickelten reciproken Formeln

$$\phi(a) = \int_{x=0}^{x=a} \frac{ds}{(a-x)^n}, \qquad s = \frac{\sin n\pi}{\pi} x^n \int_0^1 \frac{\phi(xt)}{(1-t)^{1-n}} dt$$

haben bekanntlich eine ganze Reihe von bemerkenswerthen Untersuchungen veranlasst. Diese Formeln liefern in den Fällen, wo das fragliche Integral eine der obigen Formen besitz und die gegebene Function gewisse Voraussetzungen erfüllt, die Lösung einer sehr ausdehnbaren Aufgabe, welche als Umkehrung (Inversion) eines bestimmten Integrals bezeichnet worden ist. Je nach den Voraussetzungen, welche über die Form der Integrale und über die Eigenschaften der Functionen gemacht werden, ist man für die Lösung der Aufgabe im allgemeinen gezwungen recht verschiedene Wege einzuschlagen. Ein für Untersuchungen dieser Art gemeinsames Ergebniss ist indess eine bemerkenswerthe Reciprocität zwischen den jedesmal in Betracht kommenden Funktionsklassen resp. Integralklassen.

Im Nachstehenden werde ich zunächst zwei solche reciproke Integralklassen (I) und (II) charakterisiren. In den folgenden Paragraphen be-

Acta mathematica. 28. Imprimé le 19 août 1903.