SUR LA SOLUTION DU PROBLÈME DE RIEMANN

PAR

L. SCHLESINGER

À KOLOZSVAR.

En poursuivant les recherches que RIEMANN a touché dans son mémoire posthume sur la théorie des équations linéaires,[1] la première tâche que j'avais à remplir était, de démontrer l'existence d'un système de n fonctions d'une variable x, jouissant des propriétés suivantes. Ces fonctions sont holomorphes pour chaque valeur finie de x, à l'exception de σ points donnés arbitrairement $a_1, \ldots, a_\sigma$, et dans ces points singuliers mêmes, aussi bien que pour $x=\infty$, elles ne sont pas indéterminées (au sens de FUCHS[2]). Quand x franchît les coupures (a_ν, ∞) les dites fonctions subissent des substitutions linéaires arbitrairement données

$$\mathfrak{A}_\nu = (\mathfrak{A}_{ik}^{(\nu)}) \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, \sigma)$$
$$(i, k = 1, \ldots, n)$$

Le problème de déterminer un tel système de fonctions, que j'avais nommé le *Problème de Riemann*, a été résolu par moi en 1898[3] pour le cas particulier où les racines des équations fondamentales, relatives aux substitutions $\mathfrak{A}_1, \ldots, \mathfrak{A}_\sigma$ et à la substitution

$$\mathfrak{A}_{\sigma+1} = \mathfrak{A}_1^{-1} \ldots \mathfrak{A}_\sigma^{-1}$$

ont pour modules l'unité, à l'aide des fonctions zéta-fuchsiennes de M. POINCARÉ. Pour le cas général, où ces modules diffèrent de l'unité, l'application des séries zétafuchsiennes devient impossible, puisque dans ce cas ces séries sont divergentes. Plus tard je réussis à démontrer l'existence des fonctions satisfaisant au problème

[1] Voir RIEMANN, Werke (2de édit. 1892), p. 379 et suiv.
[2] Sitzungsberichte 1885, p. 281.
[3] Comptes Rendus, t. CXXVI, p. 723—725.