SUR UN PROBLEME DE LA THEORIE DES CORRESPONDANCES MULTIVOQUES ENTRE DES ENSEMBLES ABSTRAITS.

Par

W. SIMONSEN

à COPENHAGUE.

1. Dans un ouvrage précédent[1] nous avons donné quelques résultats des recherches sur la théorie des correspondances multivoques, qu'il est possible d'établir entre des ensembles abstraits (c.-à-d. des ensembles dépourvus de structure). En particulier, nous avons introduit la notion de *l'ensemble invariant* relativement à une correspondance multivoque f et la notion d'une *classe*, déterminée par la correspondance f.

Dans la suite, nous nous occuperons du problème, qui peut être formulé comme suit: Étant donnés trois ensembles P, Q et R, non vides, une correspondance f entre P et Q, et une correspondance g entre P et R; peut-on démontrer l'existence et l'unicité d'une correspondance h entre Q et R, telle que $hf = g$? Nous allons montrer que, dans le cas important, où f est une correspondance *univoque*, nous pouvons établir des conditions nécessaires et suffisantes pour que la réponse à cette question soit affirmative.

Employant dans la suite les résultats et le système de notations de notre ouvrage précité, nous remarquerons, comme préliminaire aux considérations ultérieures, que la relation $f' \subseteq f''$, où f' et f'' sont deux correspondances multivoques entre les ensembles, non vides, P et Q, équivaut à la condition, que $f'\{x\} \subseteq f''\{x\}$ pour tout $x \in P$. En effet, si $f' \subseteq f''$, on a pour tout $y \in f'\{x\}$, où x est un élément arbitraire de P: $(x, y) \in f'$, donc $(x, y) \in f''$ ou $y \in f''\{x\}$, c.-à-d. $f'\{x\} \subseteq f''\{x\}$; réciproquement, si $f'\{x\} \subseteq f''\{x\}$ pour tout $x \in P$, on aura $f' \subseteq f''$, comme la relation $(x, y) \in f'$ entraînera $y \in f'\{x\}$, donc $y \in f''\{x\}$ et $(x, y) \in f''$. L'égalité $f' = f''$ étant équivalente aux deux relations simultanées $f' \subseteq f''$ et $f'' \subseteq f'$, nous verrons que *la condition, que*

[1] Acta mathematica, t. 81 (1949), pp. 291—297.