EINIGE ANWENDUNGEN DER FUNCTION $[x]$

VON

JACOB HACKS
in COBLENZ.

Wenn m eine beliebige Zahl ist, so soll die Anzahl derjenigen Zahlen aus der Reihe $1, 2, 3, \ldots, m$ bestimmt werden, welche durch ein von der Einheit verschiedenes Quadrat teilbar sind.

Diejenigen Zahlen aus der Reihe von 1 bis m, welche durch 2^2 teilbar sind, sind offenbar in der Anzahl $\left[\frac{m}{2^2}\right]$ vorhanden, wo $[x]$ die grösste in x enthaltene ganze Zahl bedeutet, ebenso die durch 3^2 teilbaren Zahlen in der Anzahl $\left[\frac{m}{3^2}\right]$. Die durch 4^2 teilbaren Zahlen sind in den durch 2^2 teilbaren Zahlen schon einbegriffen. In der Reihe von 1 bis m gibt es ferner $\left[\frac{m}{5^2}\right]$ Zahlen, welche durch 5^2 aufgehen. Wir haben also bis jetzt die Anzahl

$$\left[\frac{m}{2^2}\right] + \left[\frac{m}{3^2}\right] + \left[\frac{m}{5^2}\right].$$

Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass diejenigen Zahlen, welche bezw. durch 2^2 und 3^2, durch 2^2 und 5^2, durch 3^2 und 5^2 gleichzeitig aufgehen, zweimal mitgezählt worden sind. Es muss also die Zahl

$$\left[\frac{m}{2^2 . 3^2}\right] + \left[\frac{m}{2^2 . 5^2}\right] + \left[\frac{m}{3^2 . 5^2}\right]$$

subtrahiert werden. Es ist jedoch wiederum der Umstand zu beachten, dass diejenigen Zahlen, welche durch 2^2, 3^2 und 5^2 zugleich teilbar sind, bis jetzt dreimal additiv und dreimal subtraktiv in Rechnung gekommen,