EINIGE SÄTZE ÜBER SUMMEN VON DIVISOREN

VON

JACOB HACKS
in BONN.

Bezeichnet man mit $f(m)$ die Anzahl der in m aufgehenden ganzen Zahlen, so ist bekanntlich, wenn die Zerlegung von m in seine Primfactoren gegeben ist

$$m = a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots k^\rho,$$

wo $a, b, c, \dots, k$ von einander verschiedene Primzahlen sind,

$$(1) \qquad f(m) = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1)\dots(\rho + 1).$$

Bedeutet $F(m)$ die Summe

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(m),$$

so ist

$$F(m) = \left[\frac{m}{1}\right] + \left[\frac{m}{2}\right] + \left[\frac{m}{3}\right] + \dots + \left[\frac{m}{m}\right],$$

wo $[x]$ die grösste in x enthaltene ganze Zahl bezeichnet.

Bedeutet $g(m)$ die Summe der Divisoren der Zahl m, so ist

$$(2) \qquad g(m) = \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \dots \frac{k^{\rho+1} - 1}{k - 1},$$

und bezeichnet man mit $G(m)$ die Summe

$$g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(m),$$