ÜBER LIMITIERUNGSVERFAHREN, DIE VON EINEM STIELTJES-INTEGRAL ABHÄNGEN.

VON

G. G. LORENTZ

in FRANKFURT AM MAIN.

Einführung.

In dieser Arbeit untersuchen wir Limitierungsverfahren der Form

$$\sigma(x) = \int_0^{+\infty} a(x, t)\, d\, s(t). \tag{1}$$

Existiert für die Funktion $\sigma(x)$, die für alle $x \geqq 0$ sinnvoll sein soll, der endliche Grenzwert $\lim\limits_{x \to \infty} \sigma(x) = \sigma$, so ist σ der verallgemeinerte Grenzwert, der durch das Verfahren (1) der Funktion $s(t)$ (für $t \to \infty$) zugeordnet wird. Das Verfahren (1) heisst **konvergenztreu**, falls es jeder konvergenten Funktion $s(t) \to s$ aus einer gewissen Funktionenklasse einen Grenzwert $\lim \sigma(x) = \sigma$ zuordnet, und **permanent**, wenn dabei stets $\sigma = s$ ist.

Damit das Integral (1) existiert, muss zunächst das Stieltjes-Integral

$$\int_0^{c} a(x, t)\, d\, s(t) \tag{2}$$

für jedes endliche $c > 0$ vorhanden sein (das Integral (1) ist dann der Grenzwert dieses letzteren für $c \to \infty$). Es gibt nun zwei Wege, die Existenz der Integrale (2) zu sichern, indem man eine der beiden folgenden Annahmen macht:

1. $a(x, t)$ ist für jedes feste $x \geqq 0$ eine stetige Funktion von t und $s(t)$ ist in jedem Intervall $(0, c)$ von beschränkter Schwankung.

2. Es ist umgekehrt $s(t)$ stetig und $a(x, t)$ ist von beschränkter Schwankung in jedem Intervall $(0, c)$.

Zunächst betrachten wir kurz den zweiten Fall. Es ist leicht zu beweisen, dass das Integral (1) genau dann für jede stetige Funktion $s(t)$ mit endlichem