

SUR LES SÉRIES DE POLYNOMES ET DE FRACTIONS RATIONNELLES

PAR

EMILE BOREL

à PARIS.

Introduction.

1. L'étude des séries de fractions rationnelles, qui renferment comme cas particulier les séries de polynomes, paraît devoir suivre naturellement la théorie des séries de puissances. Il y a cependant près d'un siècle que cette dernière théorie est achevée dans ses traits essentiels et l'on ne sait presque rien de général sur les séries de fractions rationnelles. Ce fait étonnera moins, si l'on se rappelle certains résultats récents, obtenus notamment par MM. RUNGE et PAINLEVÉ et sur lesquels nous reviendrons: retenons-en simplement ce fait, que les séries de fractions rationnelles et même les séries de polynomes sont un instrument analytique infiniment plus général que les séries de puissances; cette grande généralité peut être un avantage pour certaines applications; mais elle crée des difficultés presque insurmontables dans la recherche des propriétés communes à toutes les séries considérées.

2. Aussi paraît-il nécessaire, si l'on désire que ces séries puissent être utilisées commodément, de ne pas les considérer dans toute leur généralité, mais d'étudier tout d'abord parmi elles des classes plus ou moins étendues.

Dans cet ordre d'idées, on doit signaler tout d'abord l'étude déjà ancienne de séries dont les termes sont proportionnels à des polynomes P_n , donnés à l'avance et dépendant seulement de l'entier n . Sans méconnaître l'intérêt de ces recherches, ni leur grande importance dans bien des appli-