

ÜBER REDUCTIBLE BINOME

VON

K. TH. VAHLEN

in BERLIN.

ABEL beweist in § II der *Démonstration de l'impossibilité de la résolution des équations générales qui passent le quatrième degré* den Satz:

Wenn n eine Primzahl ist, so kann eine n^{te} Wurzel einer rationalen Funktion beliebig vieler unabhängiger Variablen $x', x'', \dots$ keiner Gleichung niederen als n^{ten} Grades genügen, deren Coëfficienten rationale Funktionen von $x', x'', \dots$ sind.

Wir stellen uns allgemeiner die Aufgabe:

Wann kann eine n^{te} Wurzel einer dem natürlichen Rationalitätsbereich $(x', x'', \dots)$ entstammenden rationalen Grösse einer Gleichung niederen als n^{ten} Grades genügen, deren Coëfficienten demselben Bereich angehören?

Der Rationalitätsbereich sei zunächst der der rationalen Zahlen. Ist c eine rationale Zahl und genügt $z = \sqrt[n]{c}$ einer Gleichung niedrigeren als n^{ten} Grades, welche mit der Gleichung $z^n - c = 0$ den irreductibeln Faktor $a + a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_{m-1} z^{m-1} + z^m$ gemein hat, so zerfällt das Binom: $z^n - c$ in das Produkt:

$$(a + a_1 z + \dots + z^m)(b + b_1 z + \dots + z^{n-m}).$$

Durch Multiplikation des Binoms mit einem geeigneten Faktor und Einführung einer anderen Variablen z können wir bewirken, dass c eine ganze Zahl wird. Alsdann sind, nach einem bekannten Satze von GAUSS,¹ auch die Coëfficienten $a, a_1, \dots, b, b_1, \dots$ ganze Zahlen.

¹ Disquisitiones arithmeticae, art. 42.

Acta mathematica. 19. Imprimé le 21 mars 1895.