

ENTWICKLUNG DER WURZELN  
EINER ALGEBRAISCHEN GLEICHUNG  
IN SUMMEN VON RATIONALEN FUNCTIONEN  
DER COEFFICIENTEN

VON

C. RUNGE

in BERLIN.

Nach einem von DANIEL BERNOULLI angegebenen Verfahren wird die dem absoluten Betrage nach kleinste Wurzel einer algebraischen Gleichung auf folgende Weise aus den Coefficienten berechnet.

Sei  $s_n$  die Summe der  $(-n)^{\text{ten}}$  Potenzen der Wurzeln, also eine rationale Function der Coefficienten, so nähert sich der Quotient  $s_{n-1}$  dividirt durch  $s_n$  mit wachsendem  $n$  der dem absoluten Betrage nach kleinsten Wurzel, wenn eine solche existirt.

Diese Methode ist im Folgenden verwendet, um auch bei variablen Coefficienten die Wurzeln darzustellen. Sie ergeben sich als unendliche Summen von rationalen Functionen derselben. Die Gesammtheit der Werthsysteme der Coefficienten, für welche die Convergenz dieser Summen aufhört, besteht aus Theilen eines algebraischen Gebildes von einer um wenigstens eine Einheit niedrigeren Stufe als das Gebiet der Coefficienten, sei es nun, dass man sie als unabhängige Variable betrachtet, oder dass man ihnen irgend welche Beschränkung auferlegt. Seien  $x_1, x_2, \dots, x_n$  die Wurzeln, wie sie durch die  $n$  Ausdrücke dargestellt sind. Nähert man sich einem Punkte der Convergenzgrenze, so gehen  $x_1, x_2, \dots, x_n$  in die Wurzeln, welche diesem Punkte entsprechen, über. Nähert man sich demselben Punkte auf einem anderen Wege, so ist nicht gesagt, dass