QUELQUES INTÉGRALES DÉFINIES SE RATTACHANT À LA CONSTANTE D'EULER.

PAR

PAUL APPELL

à PARIS.

Dans des recherches sur la constante C d'Euler, j'ai obtenu certaines formules dont les principales sont données dans les Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris (3. décembre 1923 et 7. janvier 1924). Je me propose ici de développer les calculs qui conduisent aux résultats indiqués et de faire connaître quelques autres formules.

I. On sait que la constante d'Euler est donnée par

$$-C = \Gamma'(1) = \int_0^\infty e^{-u} \log u\, du = 4 \int_0^\infty e^{-x^2} x \log x\, dx$$

où, comme dans tout ce qui suit, les logarithmes sont népériens. On a de même

$$\Gamma'\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^\infty \frac{e^{-u} \log u}{\sqrt{u}} du = 4 \int_0^\infty e^{-x^2} \log x\, dx,$$

$$\Gamma''(1) = \int_0^\infty e^{-u} (\log u)^2\, du = 8 \int_0^\infty e^{-x^2} x (\log x)^2\, dx,$$

$$\Gamma''\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^\infty \frac{e^{-u} (\log u)^2}{\sqrt{u}}\, du = 8 \int_0^\infty e^{-x^2} (\log x)^2\, dx$$