SUR LA DÉFINITION DES FONCTIONS ANALYTIQUES.

PAR

S. MANDELBROJT

à PARIS.

À Mademoiselle EDITH ABADI.

Du point de vue de Weierstrass-Méray, le fait le plus important dans l'étude des fonctions analytiques est le suivant: une fonction analytique est complètement définie si on donne *tous* les coefficients du développement de Taylor en un point régulier.

On peut se poser la question suivante: La nature d'une fonction analytique holomorphe à l'origine étant connue, peut elle être définie par une série partielle de ses coefficients sans rien dire sur les autres coefficients? Par les mots »la fonction est définie» j'entends qu'elle est déterminée à une fonction entière près, ou bien à une fonction près, dont le rayon d'holomorphie est supérieur à celui de la fonction à définir.

La réponse à cette première question supposée positive on peut se demander si le caractère de la suite partielle qui définit la fonction dépend de la nature de cette fonction et quelle est cette dépendance?

J'établis dans ce travail quelques théorèmes qui répondent aux questions proposées. On peut résumer ces théorèmes dans l'énoncé suivant:

(A): *Si on donne soit le caractère, soit la distribution des singularités d'une fonction analytique, celle-ci est définie par un groupe partiel de ses coefficients; la nature du groupe (c'est-à-dire la croissance des indices des coefficients qui servent à définir cette fonction) dépend de ces singularités.*

Faisons maintenant quelques conventions, qui viennent assez naturellement:

Appelons *suites complémentaires* deux suites d'entiers $n_i\,(i=1, 2, \ldots)$ et $n'_j\,(j=1, 2, \ldots)$ dont la réunion forme la suite de tous les nombres entiers positifs.