

ZUR FUNKTIONENTHEORIE.

VON

C. WEIERSTRASS.

(MATHEMATISCHES SEMINAR, 28. MAI 1884.)

An meine Abhandlung vom Oktober 1876 hat sich eine Anzahl von Arbeiten geknüpft, die zum Teil die Theorie der eindeutigen Funktionen in wesentlichen Punkten weitergeführt haben. Hervorzuheben sind die Arbeiten von MITTAG-LEFFLER, leider grösstenteils in schwedischer Sprache geschrieben, sowie von APPELL, PICARD und POINCARÉ. Diese Autoren sind zum Teil in anderer Weise vorgegangen, in der That lässt sich vieles einfacher mit dem Cauchy'schen Satze machen. Es erscheint daher zweckmässig hervorzuheben, was mich gerade zu dem von mir eingeschlagenen Wege geführt hat. Es hängt das zusammen mit der Grundtendenz, die ich bei der Entwicklung der Funktionentheorie verfolge. Ich gehe nicht aus von einer mehr oder weniger willkürlichen Definition einer analytischen Funktion, sondern ich knüpfe den Begriff der Funktion, überhaupt den der Abhängigkeit von Grössen an die arithmetischen Grundoperationen. Sobald diese definiert sind, ergibt sich der Begriff von Funktionen, die mittelst der Grundoperationen aus den betrachteten veränderlichen Grössen abgeleitet werden. Wenn man die Grundoperationen in endlicher Zahl anwendet, so kommt man zu den rationalen Funktionen. Es wird aber in der Arithmetik nachgewiesen, dass Summen und Produkte auch definiert werden können unter der Voraussetzung unendlich vieler Glieder, und so gelangt man sofort zu Funktionen, die in Form von unendlichen Summen und Produkten rationaler Funktionen dargestellt werden können. Indem man dann die bleibenden Eigenschaften solcher durch arithmetische Operationen wirklich dargestellten Funktionen auffasst und dieser festhält, kommt man zu dem allgemeinen Begriff einer eindeutigen analytischen Funktion.